МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждаю:

Руководитель ОПОП
д.ф.-м.н., профессор
__________ П.А. Крылов

ПРОГРАММА
вступительных испытаний в магистратуру
по направлению подготовки
«01.04.01 – Математика»

Магистерская программа
«Фундаментальная математика»
очная форма обучения

Томск-2020

Авторы-составители:
д.ф.-м.н., профессор Крылов П.А.
д.ф.-м.н., профессор Старченко А. В.
к.ф.-м.н., доцент Барт А.А.
к.ф.-м.н., доцент Трофименко Н.Н.

Рассмотрена и рекомендована
учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Протокол от 13 мая 2020 г. № 5
Председатель УМК ММФ к.ф.-м.н., доцент Тарасов Е.А.

СОГЛАСОВАНО:
Начальник управления нового набора Е.В. Павлов

Используемые сокращения

- *ОПОП* - Основная профессиональная образовательная программа.
- *НИ ТГУ* - Национальный исследовательский Томский государственный университет.
- РФ - Российская Федерация.
- УК-Универсальные компетенции.
- *ОПК*- Общепрофессиональные компетенции.
- *ПК*— Профессиональные компетенции.
- *ОД* - Основная деятельность.

1. Общие положения

1.1. Программа вступительных испытаний по направлению подготовки 01.04.01 «Математика» *на программу «Фундаментальная математика»* включает в себя собеседование по профилю программы математическое и компьютерное моделирование, позволяющие оценить подготовленность поступающих к освоению программы магистратуры.

1.2. В основу программы вступительных испытаний положены квалификационные требования, предъявляемые к бакалаврам по направлению 01.03.01 «Математика» и 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

1.3. Программа вступительных испытаний содержит описание процедуры, программы вступительных испытаний и критерии оценки ответов.

1.4. Вступительные испытания проводятся на русском языке.

1.5. Организация и проведение вступительных испытаний осуществляется в соответствии с Правилами приема, утвержденными приказом ректора НИ ТГУ, действующими на текущий год поступления.

1.6. Программа вступительных испытаний по направлению подготовки 01.04.01 «Математика» на программу «Фундаментальная математика» ежегодно пересматривается и обновляется с учетом изменений нормативно-правовой базы РФ в области высшего образования и локальных документов, регламентирующих процедуру приема в НИ ТГУ. Изменения, внесенные в программу вступительных испытаний, рассматриваются и утверждаются на заседании учебно-методической комиссии механико-математического факультета. Программа вступительных испытаний утверждается проректором по учебной работе.

1.7. По результатам вступительных испытаний, поступающий имеет право на апелляцию в порядке, установленном правилами приема, действующими на год поступления.

1.8. Программа вступительных испытаний публикуется на официальном сайте НИ ТГУ в разделе «Магистратура» не позднее даты, указанной в Правилах приема, действующих на текущий год поступления.

1.9. Программа вступительных испытаний по направлению подготовки 01.04.01 «Математика» на программу «Фундаментальная математика» хранится в документах механико-математического факультета.

2. **Цель и задачи вступительных испытаний**

Вступительные испытания предназначены для определения подготовленности поступающего к освоению выбранной ОПОП магистратуры и проводятся с целью определения требуемых компетенций поступающего, необходимых для освоения данной основной образовательной программы «Фундаментальная математика» по направлению подготовки 01.04.01 Математика. Основные задачи собеседования:

- Проверка объема знаний по базовым математическим дисциплинам;
- Определение навыков выполнения основных математических операций

- Оценка уровня владения математическим аппаратом при решении научных практических задач.

3. **Собеседование по профилю программы: структура, процедура, программа и критерии оценки ответов**

Собеседование проводится по программе магистратуры «Фундаментальная математика» в форме беседы по заданной теме на русском языке. На собеседовании присутствует только абитуриент и члены аттестационной комиссии. В начале собеседования абитуриент оглашает комиссии три выбранных темы, из которых комиссия предлагает собеседование по одной из них.
Абитуриент может предложить тему собеседования, не входящую в данную программу, если он проводит научные исследования в рамках этой темы и имеются научные публикации на русском или английском языках, из них одна или более зарегистрированные в базах РИНЦ, Web of Science или Scopus.

Общая продолжительность собеседования составляет не более - 30 мин., с учетом индивидуальных особенностей абитуриента из них 10-15 минут студент делает краткое сообщение по предложенной теме, а в оставшееся время проводится беседа в формате вопрос-ответ. Максимальное количество баллов за собеседование - 100. Минимальное количество баллов для успешного прохождения собеседования - 60. Поступающий, набравший менее 60 баллов за собеседование не может быть зачислен в магистратуру. В ходе собеседования поступающий должен продемонстрировать:

1. Знание терминологии и базовых понятий математики.
2. Владение математическим аппаратом, используемым в исследованиях по данному направлению
3. Умение кратко и ясно, логически непротиворечиво и доказательно излагать материалы, выбранные в рамках темы, по которой проводится собеседование.
4. Умение приводить подтверждающие примеры.

При необходимости собеседование может быть проведено дистанционно или с выездом членов приемной комиссии в другие регионы или страны. Для этого темы собеседования переводятся в формат билетов и предоставляются в приемную комиссию ТГУ. При прохождении данного формата собеседования средствами принимающей стороны или сотрудников выездной приемной комиссии обеспечивается канал связи сотрудников аттестационной комиссии с абитуриентами. Абитуриентам предлагаются билеты в открытом формате, один из которых необходимо выбрать и изложить свой ответ письменно или в текстовом редакторе на персональном компьютере, а затем сканированный или текстовый файл направить членам аттестационной комиссии. После получения файла членами комиссии, абитуриенту предлагается дата и время дистанционного обсуждения выбранной им темы собеседования. После выбора, в назначенную дату и время, по установленному каналу связи процедура собеседования проходит в таком же формате, что и собеседование в очной форме. Абитуриент имеет право пользоваться презентационными материалами, подготовленными в процессе работы над билетом, но с соблюдением регламента по времени.

Пример билета для выездных комиссий представлен ниже:

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 1
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Нормированные пространства. Примеры.
Дать определение нормированного пространства. Сформулировать свойства нормированных пространств: непрерывность нормы, непрерывность алгебраических операций. Привести примеры конечномерных и бесконечномерных нормированных пространств. Дать определение банахова пространства. Привести примеры банаховых и не банаховых пространств.

4. Программа собеседования

Области для выбора тем собеседований на вступительных испытаниях.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Определение. Полнота множества вещественных чисел.
2. Различные подходы к построению теории вещественных чисел.
3. Метрическое пространство. Основные понятия.
4. Полное метрическое пространство.
5. Свойства непрерывных отображений компактных множеств.
6. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Признаки: Коши, Дирихле, интегральный.
7. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Признаки: сравнения, Даламбера, Лейбница.
8. Основные операции анализа над функциональными рядами.
9. Основные операции анализа над функциональными рядами.
10. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема Тейлора. Радиус сходимости и круг сходимости, (два раза)

11. Построение меры Лебега в и-мерном пространстве.
12. Определение и основные свойства интеграла Лебега.
13. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
14. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.
15. Замена переменных в кратном интеграле.
16. Дифференциал отображения из т-мерного в n-мерное пространство Основные свойства. Теорема о дифференцируемости композиции.
17. Производная матрица (матрица Якоби). Теорема о смешанных производных.
18. Формула Тейлора для вещественной функции вещественного аргумента. Различные формы остаточного члена.
19. Несобственный интеграл, зависящий от параметра.
20. Внешние дифференциальные формы и их интегрирование на многообразиях в n- мерном пространстве. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского.
21. Внешние дифференциальные формы и их интегрирование на многообразиях в n- мерном пространстве. Формулы Грина, Стокса

АЛГЕБРА

1. Теорема Лапласа и следствия из неё.
2. Доказать, что матрица А обратима, тогда и только тогда, когда А - невырожденная матрица. Два алгоритма нахождения обратной матрицы.
3. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
4. Вывод формулы для корней степени п из комплексного числа. Корни степени п из единицы.
5. Теорема о замене. Базисы и размерность линейного пространства.
6. Теорема о размерности суммы подпространств.
7. Наибольший общий делитель двух многочленов и его свойства.
8. Теорема Гаусса о корнях многочленов с комплексными коэффициентами. Многочлены с вещественными коэффициентами. Неприводимые многочлены над полями C и R.
9. Доказать, что сумма ранга и дефекта оператора равна размерности линейного пространства.
10. Теорема об изоморфизме кольца операторов линейного пространства кольцу матриц.

И. Доказать, что собственные значения линейного оператора - это в точности его характеристические корни. Алгоритмы вычисления собственных значений и собственных векторов оператора.

3. ГЕОМЕТРИЯ

1. Канонические уравнения кривых второго порядка. Фокусы, директрисы, эксцентриситет.

2. Полная классификация плоских кривых 2-го порядка.
3. Аффинное n-мерное пространство. Плоскости и гиперквадрики в этом пространстве.
4. Репер Френе пространственной кривой, деривационные формулы.
5. Кривизна и кручение кривой.
6. Нормальные сечения в точке поверхности. Формула Эйлера.
7. Полная и средняя кривизна поверхности. Три типа точек на поверхности.
8. Дифференцируемое многообразие.
9. Аффинная связность на дифференцируемом многообразии.
10. Риманово многообразие.

4. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Интегрирование по замкнутым кривым: интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши.
2. Основная теорема Коши о вычетах.
3. Основная теорема алгебры многочленов.
4. Разложение голоморфной в круге функции в степенной ряд.
5. Разложение голоморфной в кольце (в окрестности изолированной особой точки) функции в ряд Лорана.

6. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Подходы к определению вероятности случайного события. Свойства вероятностей случайных событий.
2. Предельные теоремы для схемы Бернулли (одну из них с доказательством).
3. Распределения случайных величин.
4. Виды сходимостей последовательности случайных величин и связь между ними.
5. Законы больших чисел. Центральная предельная теорема (с доказательством).
6. Точечные и интервальные оценки параметров, их свойства. Методы получения оценок.
7. Лемма Неймана-Пирсона и примеры ее применения.
8. Непараметрические критерии проверки статистических гипотез: критерий «хи - квадрат», критерий Колмогорова и другие.
9. Корреляционно-регрессионный анализ (парная и множественная регрессия, метод наименьших квадратов).
10. Винеровский процесс: определение, свойства.
11. Мартингалы: определение, свойства, примеры
12. Стохастический интеграл Ито. Формула Ито.
13. Стохастические дифференциальные уравнения. Диффузионные процессы.

7. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

1. Непрерывность и ограниченность линейного оператора, полнота пространства L(E,F). Примеры.
2. Гильбертовы пространства. Теорема об общем виде линейного ограниченного функционала на гильбертовом пространстве.
3. Теорема о существовании сопряженного оператора в гильбертовом пространстве.
4. Теорема о проекции в гильбертовом пространстве и ее следствия.
5. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Сходимость ряда Фурье. Примеры базисов в гильбертовом пространстве.
6. Нормированные пространства.

8. УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

1. Основные и обобщенные функции. Примеры.
2. Прямое произведение обобщенных функций.
3. Сверка обобщенных функций.
4. Преобразование Фурье основных и обобщенных функций
5. Фундаментальное решение обыкновенного дифференциального оператора.
6. Фундаментальное решение оператора теплопроводности.

9. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

1. Общая постановка задачи интерполирования многочленами. Теорема о существовании и единственности обобщенного интерполяционного многочлена.
2. Интерполяция функций сплайнами. Линейный сплайн. Кубический сплайн на C^2 [a,b].
3. Квадратурные формулы интерполяционного типа наивысшей алгебраической степени точности. Существование и единственность.
4. Теоремы о сходимости двухслойного стационарного метода простой итерации для решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Метод Эйлера и его модификации для приближенного решения задачи Коши для ОДУ.

10. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

1. Архитектура ЭВМ. Основные устройства.
2. Понятие алгоритма и его свойства. Пример (алгоритм Евклида).
3. Базовые декларативные структуры (скаляры). Константы и переменные.
4. Базовые управляющие конструкции. Выражение одних структур через другие.
5. Конструирование типов. Перечислимые и ограниченные типы.
6. Статические записи. Комбинированный тип. Оператор WITH.
7. Понятие подпрограммы. Аргументы, результаты, модифицируемые параметры. Локальные переменные.
8. Определение и вызов подпрограммы, формальные и фактические параметры.

9. Рекурсия: определение, свойства, требования к использованию.
10. Понятие динамических структур данных. Файлы: реализация, методы доступа.
11. Линейный однонаправленный связанный список (ЛОСС). Представление ЛОСС на любом языке программирования высокого уровня.

11. ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

1. Элементарная и высшая математика.
2. Основания математики.
3. Числовые системы.
4. Теория делимости.
5. Алгебраические уравнения и неравенства.
6. Функции.
7. Тригонометрия.
8. Степени и логарифмы.
9. Основы геометрии.
10. Многоугольники.
11. Многогранники.

5. **Критерии оценки собеседования**

Критерии оценки собеседования находятся в ниже представленной таблице

Таблица 1.

Доклад по теме является содержательным, четко, ясно, кратко изложенным. Абитуриент правильно понимает и использует терминологию. Знает и умеет формулировать актуальные и практически важные задачи, знает основные модели и методы, используемые при решении задач, уверенно владеет математическим аппаратом. Демонстрирует умение понимать, доказательно и логически связно отвечать на вопросы.	90-100 баллов
Доклад по теме является содержательным, однако изложен недостаточно четко, ясно и кратко. Абитуриент правильно понимает, но неуверенно использует терминологию. Знает и умеет формулировать актуальные и практически важные задачи, знает основные модели и методы, используемые при решении задач, не достаточно уверенно владеет математическим аппаратом. Демонстрирует умение понимать, доказательно и логически связно отвечать на вопросы.	70-89 баллов
Доклад по теме является содержательным, однако изложен недостаточно четко, ясно и кратко. Абитуриент правильно понимает, но неуверенно использует терминологию. Умеет формулировать актуальные и практически важные задачи только с помощью наводящих вопросов, знает некоторые модели и методы, используемые при решении задач, не достаточно уверенно владеет математическим аппаратом. Демонстрирует ограниченные умения понимать суть вопросов, однако пользуясь наводящей информацией частично отвечать на вопросы.	45-69 баллов
Доклад по теме является неполным, изложен недостаточно четко и ясно. Абитуриент ограниченно понимает и неуверенно использует терминологию. Не умеет формулировать актуальные и практически важные задачи даже с помощью наводящих вопросов. Не четко знает модели и методы, используемые при решении задач. Слабо владеет математическим аппаратом. Демонстрирует неспособность понимать суть вопросов, даже пользуясь наводящей информацией частично отвечать на вопросы.	25-44 баллов
Неполное логически противоречивое изложение доклада.	1-24 баллов

Абитуриент плохо понимает и неправильно использует терминологию. Не может сформулировать задачи и привести примеры практического использования	
Абитуриент отказался от собеседования.	0 баллов

Проверка и оценка результатов собеседования проводится аттестационной комиссией, действующей на основании «Правил приема в ТГУ». Каждый член аттестационной комиссии получает именную ведомость, в которой на бланке со штампом факультета отмечается его ФИО, дата проведения собеседования, ФИО абитуриентов и распечатки таблицы 1.

Общая оценка определяется как средний балл, выставленный всеми членами аттестационной комиссии по результатам собеседования, округляемый до целых.

6. Литература

Основная литература, рекомендованная при подготовке к собеседованию

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.Т.1,1988, (К2), т. 2, (КЗ) т. 3.
2. Зорич В. А. Математический анализ, ч. 1, 1981 ; (32) ч. 2,1984.
3. Шибинский В.М. Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа. М.: Высшая школа, 2007.
4. Сибиряков Г.В. Аксиоматическая теория вещественного числа В книге «Место математического анализа как науки в подготовке специалистов на МММ ТГУ. Томск: ТГУ, **2008»**
5. Сибиряков Г.В., Мартьшов Ю.А. Метрические пространства. Изд-во Томского университета. 2012.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, 1975.
7. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры, 1956.
8. Фадеев Д.К. Лекции по алгебре, 1984.
9. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия, 1980.
10. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.
11. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: МФТИ, 2011.
12. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950 – 428 с.
13. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. – М.: Наука, 1986. – 760 с.
14. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967. – 664 с.
15. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
16. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 1959.
17. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997.
18. Александров И.А. Теория функций комплексного переменного. Томск, ун-т, 2002.
19. Александров И.А., Соболев В.В. Аналитические функции комплексного переменного. -М.: Высшая школа, 1984.

20. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1967 (и последующие издания).
21. . Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: ЛИБРОКОМ, 2014, 652 с.
22. Боровков А.А. Математическая статистика. СПб.: Лань , 2016, 703 с.
23. Булинский А.В., Ширяев А.Н., Теория случайных процессов, - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
24. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов, 2-е изд., дон, -М.: Наука. Физматлит, 1996.
25. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику, М.: Изд-во ЛКИ, 2015, 599 с.
26. Ширяев А.Н. Вероятность - 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 551 с.
27. Ширяев А.Н. Вероятность - 2. Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 553-967 с.
28. А. И. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа.
29. Л. Люстерник, В. И. Соболев. Краткий курс функционального анализа ,1982.
30. С.В. Михлин. Линейные уравнения в частных производных. - М.: Высшая школа. 1977.
31. С.Л. Соболев. Уравнения математической физики. - М.: Наука. 1992.
32. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. - М., 1989.
33. Меркулова Н. И., Михайлов М. Д. Методы приближенных вычислений. Ч. 1, 2, 3. - Томск, 2007-2010.
34. Берцун В. И. Сплайны сеточных функций. -Томск, 2007.
35. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. -М.: Наука, 2008.
36. Самарский А.А. Введение в численные методы. - М.: Наука, 1980.
37. Задачник по программированию для математиков. -Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005, 278с.
38. Грис Д. Наука программирования. - М.:Мир, 1984.
39. Кушниренко А.Г., Лебедев Г.В. Программирование для математиков. - М.:Наука, Ш8.
40. Йодан Э. Структурное программирование и конструирование программ. - М.:Мир, 1979.
41. Александров А.Д. Нецветаев Н.Ю. Геометрия: СПб.: БХВ-Петербург, 2010. – 624с.
42. Александров П.С. Что такое неэвклидова геометрия. — М.: УРСС, 2007. – 72 с.
43. Александров В.А., Горшенин С.М. Задачник-практикум по теории чисел. – М.: Просвещение, 1972. – 80 с.
44. Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Лекции и задачи по элементарной математике. – М.: Наука, 1974. – 576 с.
45. Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. За страницами учебника математики. М.: Просвящение: АО «Учеб. Лит.», 1996. – 320с.
46. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре. Учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики. – М.: Просвещение, 2001. – 270 с.
47. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра. – Челябинск: Взгляд, 2004. – 448 с.

48. Гусев В.А., Орлов В.В., Панчищина В.А. и др. Методика обучения геометрии. – М.: Академия, 2004. – 368 с.
49. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. М.: Бином, 2014. – 456 с.
50. Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1972. – 528 с.
51. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Т. I, II. – М.: Наука, 1987.
52. Колесникова С.И. Решение сложных задач ЕГЭ по математике. – М.: ВАКО, 2013. – 288 с.
53. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. Часть I. Числа. – М.: Просвещение, 1974. – 384 с.
54. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. Часть II. Линейная алгебра и полиномы. – М.: Просвещение, 1978. – 448 с.

Дополнительная литература, рекомендованная при подготовке к собеседованию

1. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сеидов Ел. Х. Математический анализ. Т. 1,1985
2. Гелбаум В., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. - М.: Мир, 1967. Рудин У. Основы математического анализа. 1976.
3. Клементьев 3. И. Курс лекций по теории функций действительного переменного, 1978.
4. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры, 1983.
5. Скорняков Л.А. Элементы алгебры, 1980.
6. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. - М.: Наука, 1970.
7. Сизый С.В. Лекции по дифференциальной геометрии. – М.: Физматлит, 2007. – 376 с.
8. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. -М.: Наука, 1975 (и последующие издания).
9. Евграфов М.Л. Аналитические функции. - М.: Наука, 1991.
10. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. - М.: Наука, 1982.
11. Ширяев, А. Н. Вероятность. - М.: Наука, 1989.
12. А. А.Кирилов, А. Д. Гвишиани. Теоремы и задачи функционального анализа. Наука , 1979.
13. Г. В. Сибиряков. Введение в теорию пространств Банаха. Изд-во ТГУ, 1982
14. В.С. Владимиров. Уравнения математической физики. - М.: 1976.
15. В.С. Владимиров. Обобщенные функции в математической физике. - М.: Наука. 1976.
16. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Наука,
17. 1987.
18. Н. Н. Меркулова, М. Д. Михайлов. Методы приближенных вычислений. Учебно- методический комплекс. ЭОР. Томск, 2007. http://old.math.tsu.ru/EEResources/cm/index.html
19. Абрамов В.Г., Трифонов Н.П., Трифонова Т.Н. Введение в язык Паскаль. М.: Наука,1988.
20. Дейкстра. Дисциплина программирования. М.: Мир, 1978.
21. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. М.: Мир, 1985.
22. Мейер В., Бодуэн К. Методы программирования. М.:Мир, 1982, Т. 1,2.
23. Лэнгсам И., Огенстайн М., Тененбаум А. Структуры данных для персональных ЭВМ. М.: Мир, 1989.
24. Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика. М.: Академия, 1999.

Приложение 1. Примеры развернутых тем для собеседования с рекомендованной литературой к данной теме

1. Распределения случайных величин

Дать определение случайной величины и ее распределения. Функция распределения и ее свойства. Дискретные распределения: определение и примеры. Абсолютно непрерывные распределения: определение, плотность распределения и ее свойства, примеры. Числовые характеристики распределений: математическое ожидание, дисперсия, моменты (определения, свойства, примеры). Независимые и некоррелированные случайные величины: определение независимости случайных величин, ковариация и коэффициент корреляции (определения, свойства, примеры).

Литература

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: ЛИБРОКОМ , 2014, 652 с.
2. Ширяев А.Н. Вероятность - 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 551 с.
3. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2004, 271 с.

2. Статистическое оценивание параметров

Постановка задачи статистического оценивания параметров распределений. Определение и свойства оценок. Выборочные характеристики. Достаточные статистики: определение, теорема факторизации. Метод моментов: определение, свойства оценок по методу моментов, примеры. Метод максимального правдоподобия: определение, свойства оценок по методу максимального правдоподобия, примеры. Эффективные оценки. Интервальное оценивание: определение доверительного интервала, примеры построения доверительных интервалов.

Литература

1. Боровков А.А. Математическая статистика. СПб.: Лань , 2016, 703 с.
2. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах, М.: Ленанд , 2015, 369 с.
3. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику, М.: Изд-во ЛКИ, 2015, 599 с.

3. Мартингалы

Дать определение стохастического базиса (фильтрованного вероятностного пространства). Дать определение согласованного с фильтрацией случайного процесса. Сформулировать определение мартингала (суб-, супермартингала). Привести примеры мартингалов с дискретным и непрерывным временем. Доказать, что винеровский процесс является мартингалом. Доказать, что пуассоновский процесс является субмартингалом. Свойства мартингалов. Теорема Дуба-Мейера.

Литература

1. Булинский А.В., Ширяев А.Н., Теория случайных процессов, - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов, 2-е изд., доп, -М.: Наука. Физматлит, 1996.
3. Ширяев А.Н. Вероятность - 2. Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи. М.: Изд-во МЦНМО, 2011, 553-967 с.

4. Обработка изображений

Определить границы области знания, называемой «обработка изображений»; нарисовать историческую перспективу развития этой области; дать представление о современном состоянии предмета, рассмотрев несколько важнейших областей, где актуальны и практически важны задачи обработка изображений; регистрация, дискретизация и квантование изображения; модель цифрового изображения, простейшие методы увеличения и уменьшения цифрового изображения, соотношения между пикселями, смежность, связность области и границы; гистограмма изображения, глобальное и локальное среднее; основы пространственной фильтрации, усредняющий фильтр, медианный фильтр.

Основная литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р., Цифровая обработка изображений. Москва: Техносфера, 2006. - 1072 стр.

Дополнительная литература

2. Методы компьютерной обработки изображений/ Под ред. В.Л. Сойфера. - 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 784 с.
3. Szeliski R. Computer Vision: Algorithms and Applications. Springer, 2010 - 957 p.
4. Журавель И.М. Краткий курс теории обработки изображений. http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2/index.php

5. Математическое моделирование на графах

(Граф - это наглядный образ, который дает максимум пространственных и структурных представлений, является одним из гибких математических объектов, способных легко приспосабливаться под любую конкретную модель.)

Граф и его дополнение. Маршрут в графе, цикл, связанность. Компоненты связности графа. Изоморфизм графов. Двудольные графы и их свойства. Ориентированные графы. Деревья и их свойства. Ациклические графы. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Гиперкуб и его свойства. Матрица смежности, инцидентности и минимальных расстояний. Теорема о степенях матрицы смежности.

Литература

1. Харари Ф. Теория графов. М.: 2003. – 300 с.
2. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск: Изд-во института математики, 2002. – 336с.
3. Емеличев В.А., Мельников О.И. и др. Лекции по теории графов. М.,1990 – 384 с.

4. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. -СПб: Питер, 2001, 304 с.
5. Берцун В. Н. Математическое моделирование на графах. Томск, 2006. Ч. I. 88 с.

6. Сплайны сеточных функций

(Полиномиальным сплайном называют определенную в области кусочно-полиномиальную функцию такую, что ее сужение на, является многочленом. Наиболее употребительными в приложениях стали кубические сплайны, которые на каждом интервале сетки являются многочленами третьей степени.)

Построение кубического сплайна через моменты. Параметрические сплайны. Свойства В-снлайнов. Построение интерполяционного кубического сплайна на основе базисных функций. Билинейные сплайны. Метод сплайн-коллокации.

Литература

1. Альберт Дж., Пильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. -М.: Мир, 1972.-318 с.
2. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн - функций. - М.: Паука, 1980.-352 с.
3. Квасов Б. И. Методы изогеометрической аппроксимации сплайнами. - М.: Физматлит. 2006. - 360с.
4. Берцун В. П. Сплайны сеточных функций. Томск.2007,132с.

7. Численные методы оптимизации

Численные методы оптимизации. Постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности. Общая схема методов спуска. Направление убывания и выбор длины шага вдоль выбранного направления. Понятие сходимости методов. Условия остановки (критерии окончания счета). Алгоритмы методов безусловной минимизации: циклического покоординатного спуска, скорейшего спуска, метода Ньютона, метода Ньютона с регулировкой шага, сопряженных градиентов. Метод штрафных функций решения задачи условной минимизации. Оценки скорости сходимости методов.

Основная литература

1. Сухарев А.Г, Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: Учебное пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 367 с.

Дополнительная литература

2. Карманов В.Г. Математическое программирование: Учебное пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 263 с.
3. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации: Учебное пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 304 с

8. Популяционная экология.

Дать определение популяции. Перечислить ее основные свойства. Охарактеризовать значение популяционного подхода при изучении основных экологических проблем. Перечислить три основных экологических фактора воздействия окружающей среды на популяцию. Назвать несколько математических моделей, описывающих динамику численности популяции. Логистическая модель Ферхюльста. Достоинства и недостатки. Сравнить с моделью Мальтуса. Применить качественную теорию обыкновенных дифференциальных уравнений для исследования устойчивости процессов, описываемых моделью Ферхюльста.

Основная литература

1. Трироженко Б.Е. Математические модели естествознания. - Томск: ТГУ, 1985.- 88с.
2. Недорезов Л.В. Введение в экологическое моделирование „ Учебное пособие, т. 1, 1998, Новосибирск: изд-во НГУ. - 143 с.

Дополнительная литература

3. Самарский А.А. , Михайлов А.П. Математическое моделирование //Идеи. Методы. Примеры. -М.: Физматгиз, 2001.-316 с.
4. Дулов В.Г., Белолинецкий В.М., Цибаров В.А. Математическое моделирование в глобальных проблемах естествознания. -Новосибирск: изд-во СОР АН, 2005.-239 с.

9. Абелевы группы.

Свободные абелевы группы, определяющие соотношения. Теоремы об изоморфизме свободных групп и о подгруппах свободных групп. Конечно порожденные группы. Теорема Фробениуса-Штикельбергера. Характеризация конечно порожденных групп. Линейная независимость и ранг. Прямые суммы циклических r-групп. Теорема Куликова. Теоремы Прюфера и Бэра. Подгруппы прямых сумм циклических групп. Делимые группы. Инъективность и ее связь с делимостью. Теорема Бэра о делимых подгруппах. Строение делимых групп. Делимая оболочка.

Основная литература

1. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы, т. 1.
2. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы, т. 2.
3. Kaplansky I. Infinite abelian groups.

Дополнительная литература

4. Курош А. Г. Теория групп.

10. Кольца и модули

Определение кольца. Примеры: числовые кольца, кольца вычетов, кольца многочленов и степенных рядов, кольца матриц. Поля, тела и алгебры над полями. Подкольца. Центр кольца. Идеалы и построение идеалов. Простые кольца. Построение факторкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Ядро и образ. Теорема о гомоморфизмах и её применения. Идемпотенты колец. Ортогональные системы идемпотентов. Произведение колец и прямые суммы идеалов. Прямые суммы односторонних идеалов. Примеры. Определения модуля. Примеры. Подмодули и фактормодули. Гомоморфизмы и эндоморфизмы модулей. Образы и ядра гомоморфизмов. Группа гомоморфизмов и кольцо эндоморфизмов. Примеры. Прямые суммы и произведения модулей. Три теоремы об изоморфизмах модулей. Циклические, простые и полупростые модули. Цоколь и радикал модуля.

Основная литература

1. И. Ламбек. Кольца и модули. М. : Мир, 1971.
2. Ф. Каш. Модули и кольца. М.: Мир, 1981.

Дополнительная литература

3. К. Фейс. Алгебра: кольца, модули и категории. М.: Мир, 1977 (том 1), 1979 (том 2)

11. Теория групп

Важнейшие подгруппы. Системы образующих. Циклические подгруппы. Системы подгрупп. Примеры групп. Группа диэдра, группа кватернионов, группы симметрий, квазициклические группы и др. Центр группы и коммутант. Важнейшие примеры вычисление центра и коммутанта. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Классы сопряженных элементов. Нормализаторы и централизаторы. Теоремы о гомоморфизмах. Теорема Кэли. Факторы группы.

Проблема характеризации простых групп. .Эндоморфизмы и автоморфизмы. Группа автоморфизмов. Допустимые подгруппы. Ряды групп и их классификации. Нормальные и композиционные ряды. Теоремы о рядах группы. Действия групп. Представления групп. Инвариантные подгруппы и подмножества. Теоремы Силова. Их обобщения и следствия. Конечные p -группы.

Основная литература

1. Каргополов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М.: Наука, 1977.
2. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. М.: Физматгиз.

Дополнительная литература

3. Богопольский О.В. Введение в теорию групп. Москва-Ижевск: Инс-т коми, иссл., 2002.

12. Нормированные пространства. Примеры

Дать определение нормированного пространства. Сформулировать свойства нормированных пространств: непрерывность нормы, непрерывность алгебраических операций. Привести примеры конечномерных и бесконечномерных нормированных пространств. Дать определение банахова пространства. Привести примеры банаховых и не банаховых пространств.

Литература

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. 2-е изд. - М.: Наука, 1965. 520 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высшая школа, 1982. - 271 с.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 6-е изд. - М.: Наука, 1989. - 624 с.

4. Сибиряков Г.В. Введение в теорию пространств Банаха. - Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1982. - 82 с.

13. Непрерывность и ограниченность линейного оператора, полнота пространства L(E,F).

Дать определение линейного оператора, определение непрерывного и ограниченного оператора. Доказать теорему о равносильности непрерывности и ограниченности линейного оператора. Привести примеры линейных операторов в конечномерных пространствах и в пространствах функций. Дать определение нормированного пространства линейных ограниченных операторов L(E,F). Доказать его полноту при условии полноты пространства F.

Литература

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. 2-е изд. - М.: Наука, 1965. 520 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высшая школа, 1982. - 271 с.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 6-е изд. - М.: Наука, 1989. - 624 с.
4. Сибиряков Г.В. Введение в теорию пространств Банаха. - Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1982. - 82 с.

14. Гильбертовы пространства.

Дать определение гильбертова пространства. Привести примеры конечномерных и бесконечномерных гильбертовых пространств. Доказать неравенство Коши-Буняковского. Сформулировать теорему об общем виде функционала на гильбертовом пространстве. Дать определение сопряженного и самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве. Привести примеры самосопряженных операторов.

Литература

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. 2-е изд. - М.: Наука, 1965. 520 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высшая школа, 1982. - 271 с.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 6-е изд. - М.: Наука, 1989. - 624 с.
4. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. - М.: Мир, 1970. - 352 с.

15. **Числовые системы.** Дать краткий обзор культурно-исторического развития понятия числа. Системы натуральных, целых и действительных чисел. Бинарные операции и отношения порядка в этих системах. Рациональные и иррациональные числа. Полнота системы действительных чисел. Аспекты изучения различных числовых систем в курсе математики средней школы.

Литература

1. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. Часть I. Числа. – М.: Просвещение, 1974. – 384 с.

2. Александров В.А., Горшенин С.М. Задачник-практикум по теории чисел. – М.: Просвещение, 1972. – 80 с.
3. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра. – Челябинск: Взгляд, 2004. – 448 с.

Приложение 2. Примеры билетов для выездного собеседования

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 1
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Нормированные пространства. Примеры.
Дать определение нормированного пространства. Сформулировать свойства нормированных пространств: непрерывность нормы, непрерывность алгебраических операций. Привести примеры конечномерных и бесконечномерных нормированных пространств. Дать определение банахова пространства. Привести примеры банаховых и не банаховых пространств.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 2
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Популяционная экология.
Дать определение популяции. Перечислить ее основные свойства. Охарактеризовать значение популяционного подхода при изучении основных экологических проблем. Перечислить три основных экологических фактора воздействия окружающей среды на популяцию. Назвать несколько математических моделей, описывающих динамику численности популяции. Логистическая модель Ферхюльста. Достоинства и недостатки. Сравнить с моделью Мальтуса. Применить качественную теорию обыкновенных дифференциальных уравнений для исследования устойчивости процессов, описываемых моделью Ферхюльста.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 3
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Абелевы группы.
Свободные абелевы группы, определяющие соотношения. Теоремы об изоморфизме свободных групп и о подгруппах свободных групп. Конечно порожденные группы. Теорема Фробениуса-Штикельбергера. Характеризация конечно порожденных групп. Линейная независимость и ранг. Прямые суммы циклических r-групп. Теорема Куликова. Теоремы Прюфера и Бэра. Подгруппы прямых сумм циклических групп. Делимые группы. Инъективность и ее связь с делимостью. Теорема Бэра о делимых подгруппах. Строение делимых групп. Делимая оболочка.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 4
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Математическое моделирование на графах
Граф и его дополнение. Маршрут в графе, цикл, связанность. Компоненты связности графа. Изоморфизм графов. Двудольные графы и их свойства. Ориентированные графы. Деревья и их свойства. Ациклические графы. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Гиперкуб и его свойства. Матрица смежности, инцидентности и минимальных расстояний. Теорема о степенях матрицы смежности

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 5
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Распределения случайных величин
Дать определение случайной величины и ее распределения. Функция распределения и ее свойства. Дискретные распределения: определение и примеры. Абсолютно непрерывные распределения: определение, плотность распределения и ее свойства, примеры. Числовые характеристики распределений: математическое ожидание, дисперсия, моменты (определения, свойства, примеры). Независимые и некоррелированные случайные величины: определение независимости случайных величин, ковариация и коэффициент корреляции (определения, свойства, примеры).

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Билет для собеседования (магистратура) № 6
01.04.01 – МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки ответа на собеседовании.
При подготовке ответа на выбранную тему для собеседования абитуриент должен максимально подробно и разборчиво сформулировать свой ответ письменно и подкрепить его иллюстрационными материалами (формулами, графиками и т.д.) при необходимости.

1. Интеграл по кривой
Траектория, кривая (определения). Гладкая кривая, жорданова кривая. Примеры. Интеграл по кривой (определение). Независимость интеграла по кривой от выбора траектории. Свойства (линейность, аддитивность, ориентируемость). Теорема Мореры (интегральное условие голоморфности). Формула Ньютона-Лейбница.